



## I. Notions d'asservissements et de Régulations

### I.1 Introduction

Le professeur de Génie Electrique doit faire passer des notions de régulation à travers ses enseignements. Les notions principales qu'il a à transmettre sont:

- notions de **Boucle Ouverte Boucle Fermée**,
- **développer un outil de description à l'aide de schémas blocs**,
- **notions de qualité d'un asservissement :**

- **erreur statique, de poursuite**
- **rapidité**
- **stabilité**

**correction des asservissements par correcteur de types :**

- **proportionnel**
- **intégral**
- **dérivé.**
- **avance ou retard de phase**

Pour faire passer toutes ces notions, le professeur a besoin d'un certain recul et s'appuie sur les différentes théories et méthodes pratiques de l'automatique linéaire. C'est l'un des objectifs de ce qui suit.

### I.2 Méthodologie

La méthodologie suivante est introduite pour permettre au professeur d'obtenir toutes les informations théoriques et expérimentales sur le système support de Travaux Pratiques pour les élèves de Terminales ou BTS. Les intentions pédagogiques seront développées par le professeur à partir des éléments issus de son travail de préparation.

#### I.2.1. schémas blocs et identification des matériels

- trouver sur le système réel quels sont les différents objets qui participent à la boucle de régulation,
- donner, Si possible, un modèle mathématique représentant la fonction de transfert de ce bloc.



### I.2.2. Boucle Ouverte, Boucle Fermée, Perturbations

- associer tous les blocs trouvés précédemment pour établir la fonction de transfert en Boucle Ouverte,
- trouver les points de fermeture de la boucle,
- identifier (liste non exhaustive) les perturbations ainsi que leur localisation,
- existe-t-il une perturbation principale ?

### I.2.3. Domaine de linéarité

Dans la mesure où cela est possible :

- faire un relevé expérimental de l'évolution de la sortie en fonction de l'entrée en Boucle Ouverte en régime statique.  
(régime statique : attendre, pour toute nouvelle valeur de l'entrée, que la sortie soit stabilisée pour relever la valeur).
- tracer la caractéristique statique du système en Boucle Ouverte et en déduire le domaine de linéarité.

### I.2.4. Identification du système par deux méthodes

**1<sup>ère</sup> méthode** : réponse à 1 échelon (réponse indicielle).

- choisir un échelon de l'entrée dont les valeurs initiale et finale sont dans [e domaine de linéarité,
- identifier la réponse avec les modèles mathématiques du 1er ordre, 2ème ordre.

**2ème méthode** : réponse harmonique (plus précise).

- autour d'un point  $P_0$  choisi dans le domaine de linéarité, appliquer un signal sinusoïdal sur l'entrée,
- pour chaque fréquence de l'entrée :
  - s'assurer que la sortie a une variation sinusoïdale (régime linéaire),
  - relever le rapport des amplitudes entre l'entrée et la sortie (gain), le reporter sur papier semi-log,
  - relever le déphasage entre la sortie et l'entrée phase, le reporter sur papier semi-log.



### **I.2.5. Modèle mathématique.**

Identifier les fonctions de transfert en Boucle Ouverte, de la réponse 1er, 2ème ordres.

### **I.2.6. Placement du correcteur (fermeture de la Boucle)**

En fonction des performances souhaitées et du modèle trouvé, choisir le correcteur adapté et calculer ses paramètres. Les performances pouvant être : la rapidité, la précision, la stabilité ou la bande passante.

### **I.2.7. Validation des choix**

- vérifier la conformité aux performances souhaitées,
- imposer des perturbations pour vérifier le comportement du système.

## II. .Eléments de cours d'asservissements

### II.1 Structure générale d'un asservissement

Les asservissements, qui sont des systèmes de commande en Boucle Fermée, sont constitués, dans la plupart des cas, de la façon suivante

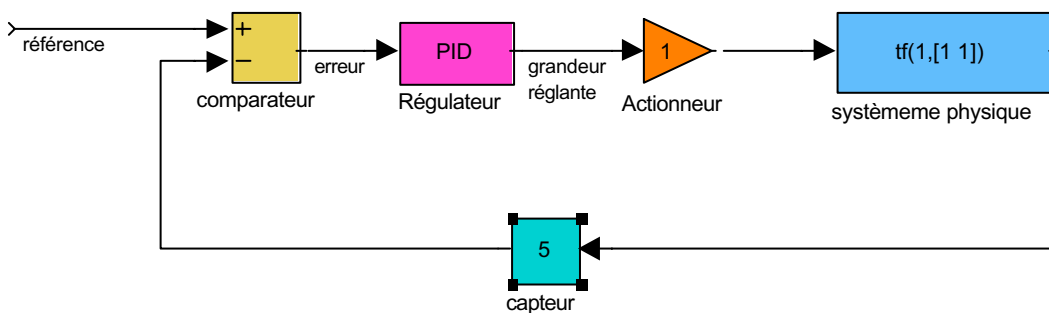


Figure II-1 : structure générale d'un asservissement

Les principaux organes en sont :

- **le système physique** : (ou processus) : il génère la variable que l'on désire asservir,
- **l'actionneur** : (organe de puissance) : il peut être inclus dans le système physique à asservir,
- **le capteur** : il réalise la mesure de la grandeur commandée,
- **le comparateur** : il calcule la différence entre la grandeur désirée et la grandeur obtenue (c'est à dire l'erreur),
- **le régulateur** : c'est l'organe de commande : son rôle consiste à ajuster l'action à partir de l'erreur, Il élabore la variable qui va agir et commander l'actionneur
- **les perturbations** : ce sont des modifications non prévisibles sur le système.

Le choix du régulateur étant lié à la caractéristique "entrée sortie" du système à asservir, il sera tout d'abord nécessaire d'étudier le système physique à asservir et d'en établir un "modèle mathématique".

## II.2 Notions de Boucle Ouverte

L'objectif est de trouver un modèle, juste ou approché, du système physique à asservir.

Nous ouvrons la boucle dans le schéma bloc. Les paramètres accessibles nous donnent l'entrée et la sortie possibles du système :

- entrée : grandeur réglante,
- sortie : image de la grandeur de sortie (généralement à travers le capteur).

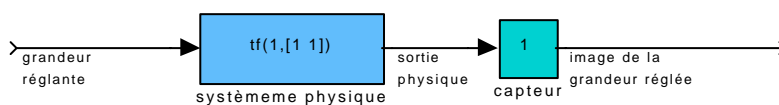


Figure II-2 : schéma bloc en boucle ouverte

## II.3 Domaine de linéarité (caractéristique statique)

Tout ce que nous sommes en train de faire est issu de la théorie des asservissements linéaires continus. Il faut donc que nous nous assurions que notre système est bien linéaire dans le domaine utilisé.

## II.4 Identification expérimentale du système en Boucle Ouverte.

Deux méthodes simples d'identification sont possibles pour la fonction de transfert en Boucle Ouverte.

### II.4.1. Diagramme de Bode (réponse harmonique)

Nous nous plaçons à l'entrée du système, autour d'un point de repos, compris dans le domaine de linéarité et nous superposons une sinusoïde de fréquence variable et d'amplitude faible. La sortie doit, Si le système est linéaire, osciller sinusoïdalement autour d'un point de repos. Ce sont deux sinusoïdes, d'entrée et de sortie, qui sont comparées pour tracer le diagramme de Bode. Ce diagramme est composé de deux parties :

- le diagramme de gain qui est le rapport entre les amplitudes des deux sinusoïdes,
- le diagramme de phase qui est le résultat du déphasage entre les deux sinusoïdes.

### II.4.2. Réponse à un échelon (réponse indicielle)

Nous plaçons à l'entrée du système, un échelon de consigne compris dans le domaine de linéarité. L'évolution de la sortie, (dans le temps), nous donnera les informations nécessaires sur le modèle mathématique et ses paramètres dans la plupart des cas.

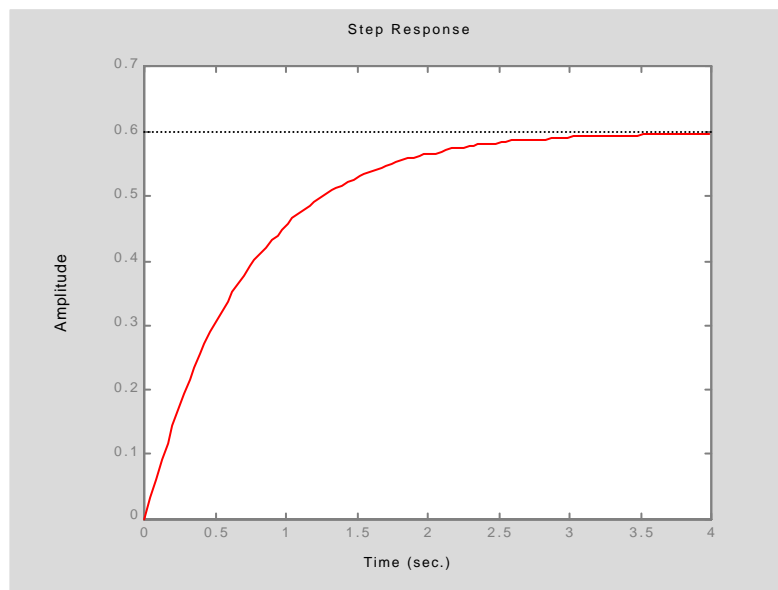
Nous allons passer en revue les modèles les plus courants et donner leur comportement pour ces deux méthodes,

### II.4.3. systèmes du premier ordre

$$u(t) = L \cdot di/dt + Ri \quad (1)$$

$$U(p) = L \cdot p \cdot I(p) + R \cdot I(p) \quad (2)$$

Nous cherchons expérimentalement à trouver les paramètres  $K$  et  $\tau$  de cette fonction de transfert. la réponse indicielle est la suivante :

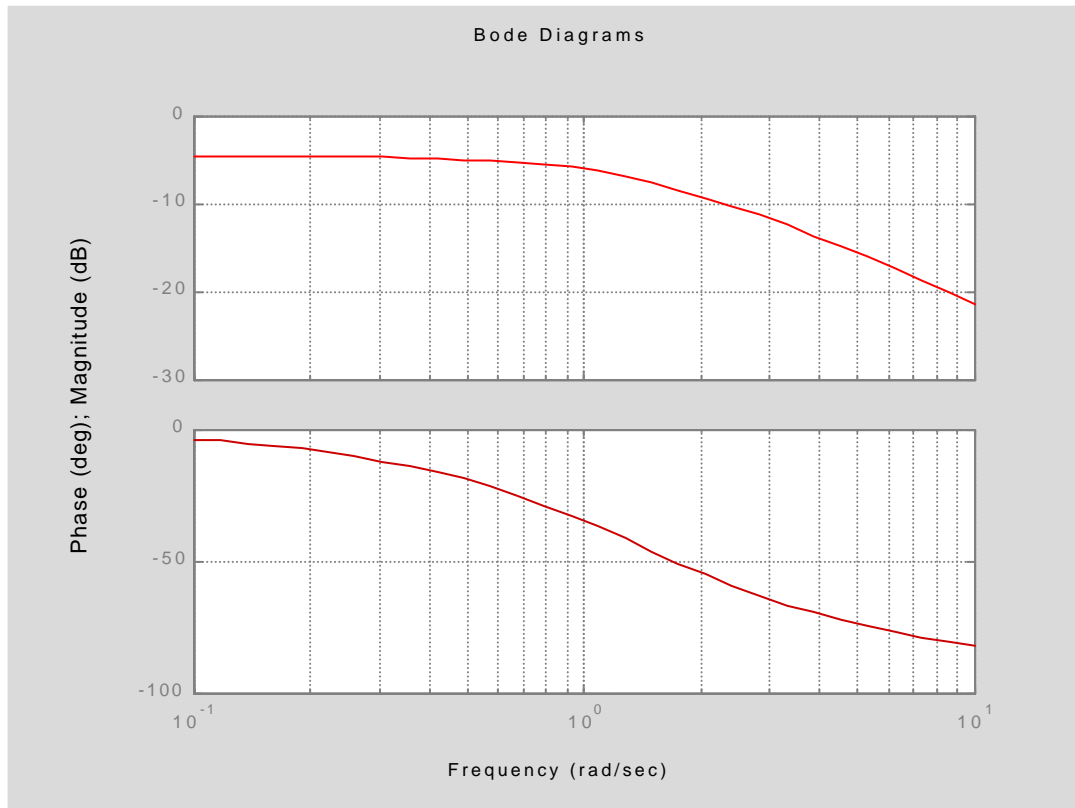


**Figure II-3 : réponse indicielle d'un système du premier ordre**

$K = \Delta s(t) / \Delta e(t)$  gain statique identique à la caractéristique statique.

$\tau$  est l'instant où la tangente à l'origine coupe la valeur finale de  $s(t)$ .

La réponse harmonique du système est la suivante :



**Figure II-4 : diagramme de Bode du système du premier ordre**

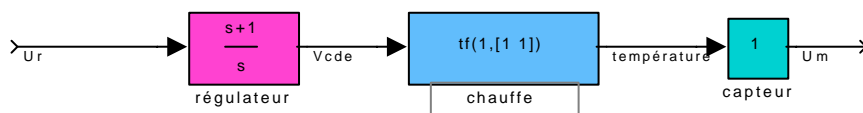
- Le gain statique se lit sur le diagramme du haut pour les  $\omega$  tendant vers 0.
- La constante de temps est l'inverse de la pulsation de coupure à l'intersection des deux asymptotes

### systèmes du premier ordre avec un retard pur

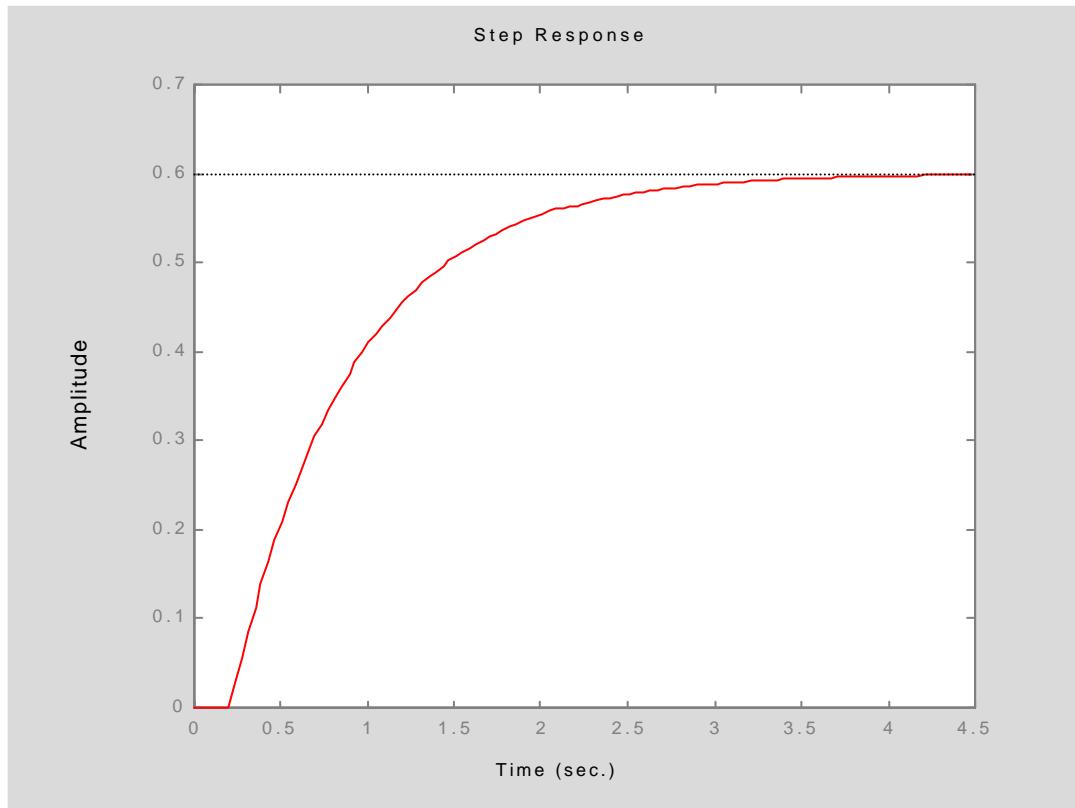
C'est le modèle courant des processus thermiques  $0(p) = (K.e^{-T.P})/(1+T.p)$

L'entrée du système est une tension de référence et la sortie une tension mesurée par le capteur.

Le système est donc représenté par son schéma bloc :



**Figure II-5 : schéma bloc d'un système thermique**



**Figure II-6 : réponse indicielle d'un système avec retard pur**

L'identification se fait le plus souvent par la méthode de Broida.

Les temps  $t_1$  et  $t_2$  sont définis comme suit :

$t_1$  est l'instant où la sortie prend la valeur de  $0.28 \Delta U_m$ ,

$t_2$  est l'instant où la sortie prend la valeur de  $0.4 \Delta U_m$ .

A partir de ces deux valeurs, nous pouvons définir les paramètres  $T$  et  $\tau$ :

$$T = (2.8 * t_1) - (1.8 * t_2)$$

$$\tau = 5.5(t_2 - t_1)$$

$$K = \Delta U_m / \Delta U_r$$

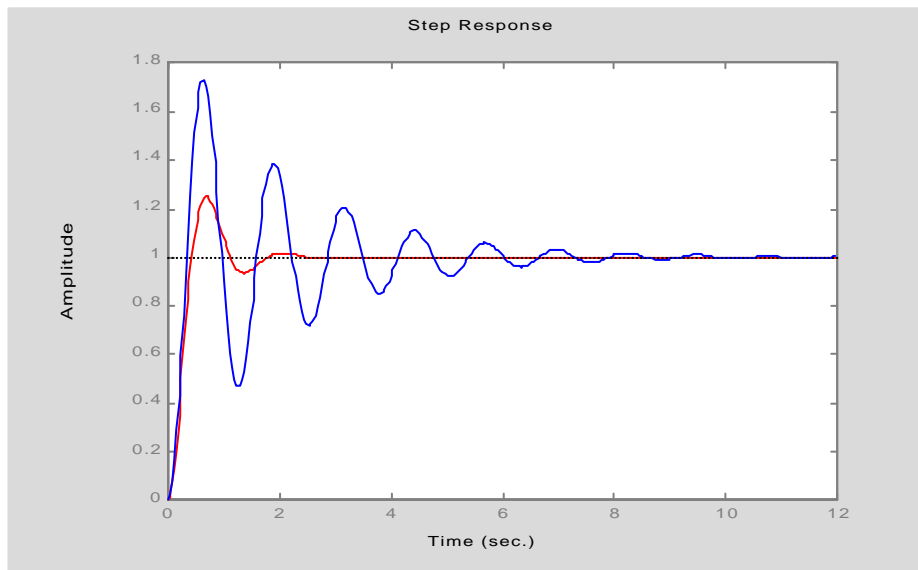
Pour les systèmes lents comme les systèmes thermiques, l'acquisition expérimentale du diagramme de Bode n'est pas possible car les constantes de temps sont si longues que les fréquences d'étude doivent être basses et les temps d'acquisition seraient trop longs.



### II.4.4. système du second ordre oscillatoire :

$$T(p) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

exemple pour deux valeurs différentes de z



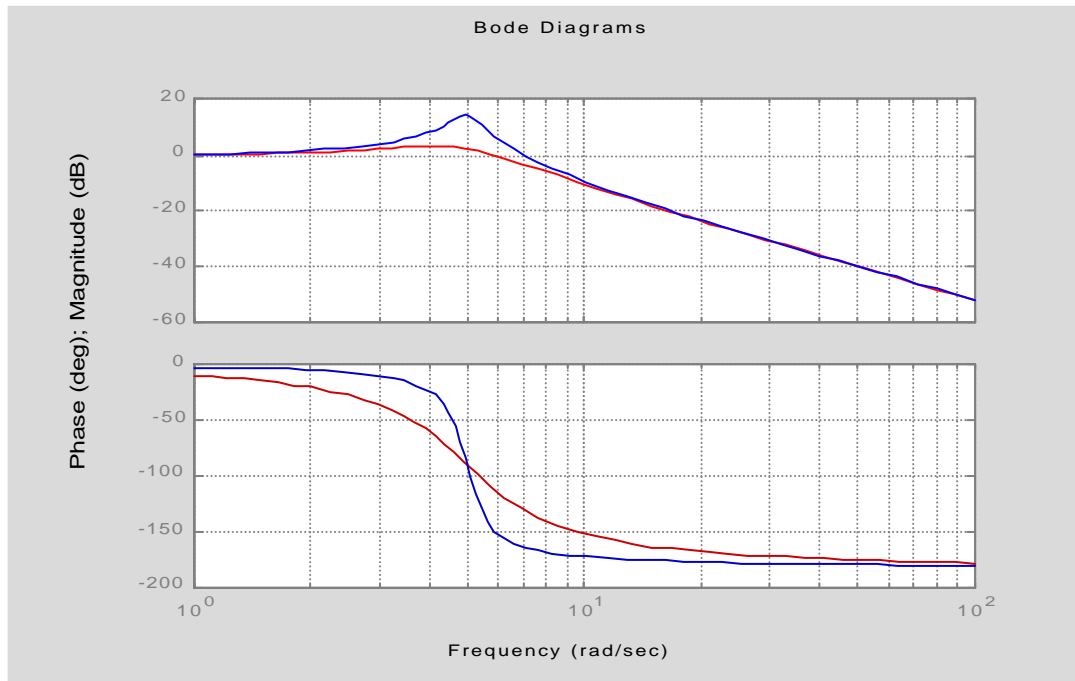
**Figure II-7 : réponse à un échelon d'un système du deuxième ordre pour deux valeurs de z.**

- Le gain statique est  $K = \Delta U_m / \Delta U_r$
- La valeur du coefficient d'amortissement z se trouve grâce aux abaques de premier dépassement

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T_p} \quad \text{et} \quad \omega_n = \frac{\omega_p}{\sqrt{1-z^2}}$$

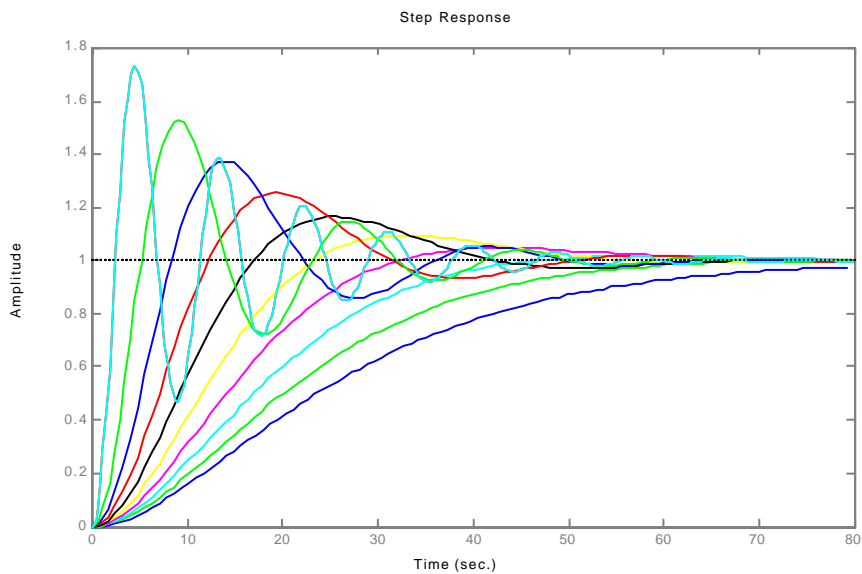
- La pulsation de coupure  $\omega_n$  est obtenue en fonction de  $\omega_p$  qui est la pseudo pulsation de la réponse indicelle.

diagramme de Bode



**Figure II-8 : diagramme de Bode pour deux coefficients d'amortissement  $z= 0.1$ (bleu) et  $0.4$ (rouge)**

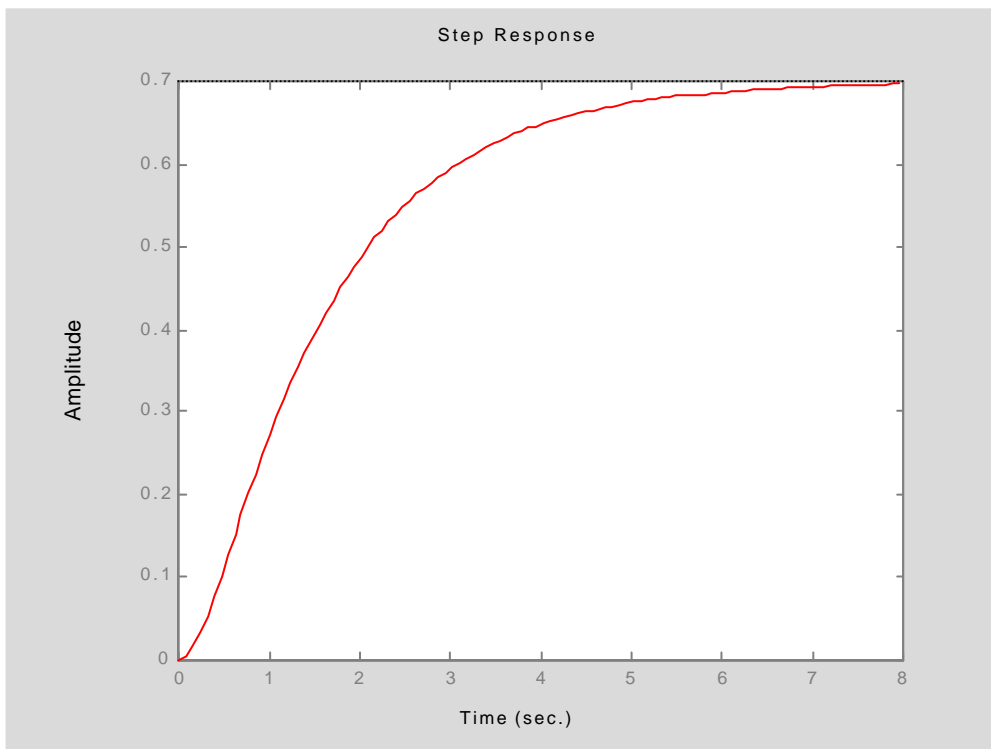
- Le gain se lit sur le diagramme du haut pour les  $\omega$  tendant vers 0,
- La pulsation de coupure  $\omega_n$  est à l'intersection des deux asymptotes, et aussi pour la phase de  $-90^\circ$
- La valeur du coefficient d'amortissement  $z$  se trouve par des abaques.



**Figure 9 : diagramme de Bode pour les coefficients d'amortissement  $z= 0.1$  à  $z=1$**

### II.4.5. systèmes du second ordre non oscillatoire

$$T(p) = \frac{K}{(1 + \tau_1)(1 + \tau_2)}$$



**Figure II-10 : réponse à un échelon d'un système du deuxième ordre**

- Le gain statique est  $K = A_{Um} / A_{Ur}$ ,

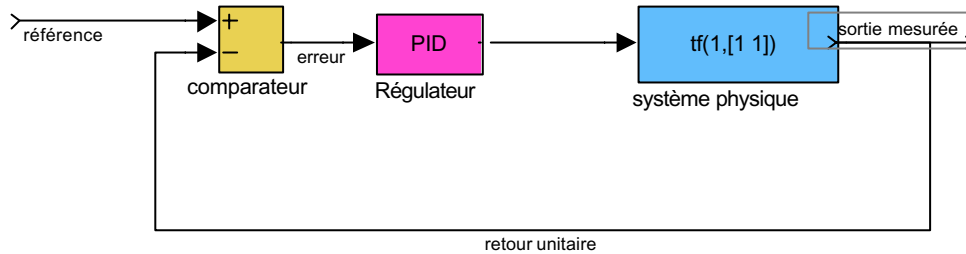
- Les valeurs de  $\tau_1$  et  $\tau_2$  se trouvent sur l'intersection de la tangente au point d'inflexion avec les valeurs initiales et finales de la sortie.

A partir de la réponse indicielle de ce type, il est possible d'utiliser la méthode de Caldwell (voir annexes)

### II.5 Placement du correcteur (passage en Boucle Fermée)

Une fois que la fonction de transfert est identifiée et que son modèle approché est connu, il faut réaliser la fermeture de la boucle pour qu'il puisse y avoir asservissement. Eventuellement, il faut aussi corriger l'ensemble pour en améliorer les performances.

La fonction de transfert en Boucle Ouverte est notée  $T(P)$ . Tout ce qui suit est étudié pour une fonction de transfert en Boucle Fermée à retour unitaire. C'est à dire que la sortie de  $T(P)$  est comparée avec la consigne. Si ce n'est pas le cas dans la réalité, nous verrons plus loin comment en tenir compte.



**Figure II-11 : schéma bloc de l'asservissement en Boucle Fermée**

Le choix du correcteur va dépendre des performances attendues du système en Boucle Fermée. Ces critères sont :

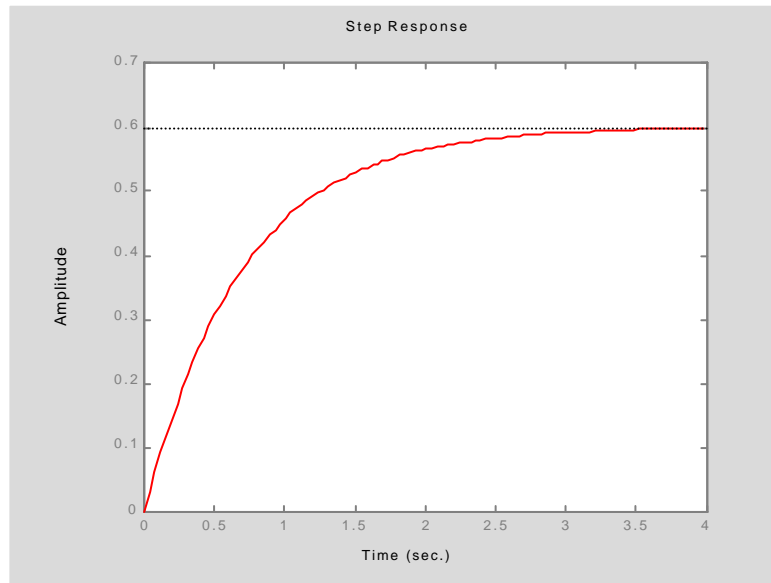
- La stabilité : le système est instable Si sa sortie évolue indéfiniment sans modification de l'entrée (régime transitoire infini),
- La rapidité : c'est le temps que met le système à réagir pour arriver à sa valeur finale,
- La précision : elle est définie par l'erreur entre la valeur finale souhaitée et celle qui est réellement atteinte.

Nous allons maintenant développer plusieurs types de correcteurs agissant sur les différents modèles précédents. Les trois actions possibles sont :

- L'action proportionnelle P : elle agit de manière proportionnelle à l'erreur (par exemple, Si l'erreur est nulle, cette action est nulle),
- L'action intégrale : elle agit sur l'intégrale de l'erreur,
- L'action dérivée : elle agit de manière proportionnelle à la dérivée de l'erreur.

**II.5.1. Modèle du premier ordre :** 
$$T(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$$

En Boucle ouverte, le *système* a une réponse à un échelon unitaire de la forme :

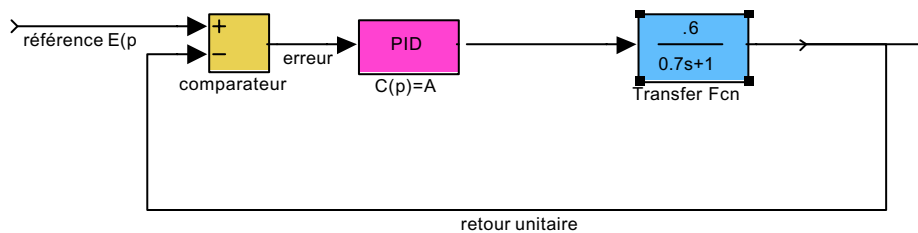


**Figure II-12 : réponse à un échelon unitaire**

l'erreur statique est de 40% et le temps de réponse de 2.1s

## II.5.2.correction proportionnelle $C(p) = A$

Modèle **A1**



**Figure II-13 : schéma bloc avec correcteur P**

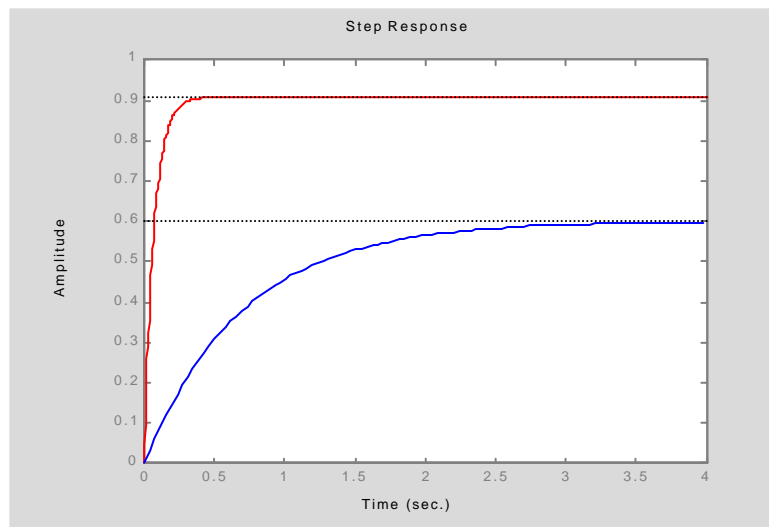
$E(p)$  est un échelon unitaire,

$H_u(p)$  est la réponse du système en boucle fermée à retour unitaire.

En pratique, on choisit :  $\tau' = \tau/10$  de façon à accélérer le système de manière significative. Si le gain augmente trop, il risque d'y avoir instabilité.

$$Hu(p) = \frac{\frac{AK}{1+AK}}{1 + \frac{\tau p}{1+AK}} = \frac{K'}{1 + \tau' p} = \frac{0.0909}{1 + 0.07 p}$$

Ceci entraîne que K' 0.9 d'où une erreur statique de 10%

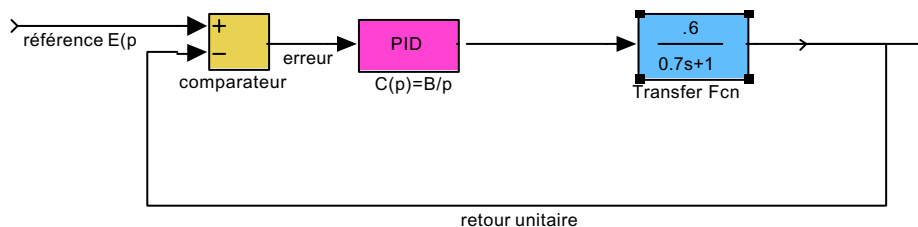


**Figure II-14 : réponses superposées en Boucle Ouverte et en Boucle Fermée.**

Nous voyons que le système est plus rapide car la constante de temps a été divisée par 10. De même, la précision est améliorée mais l'erreur statique n'est pas nulle.

### II.5.3. Correction Intégrale $C(p) = B/p$ .

Modèle A2

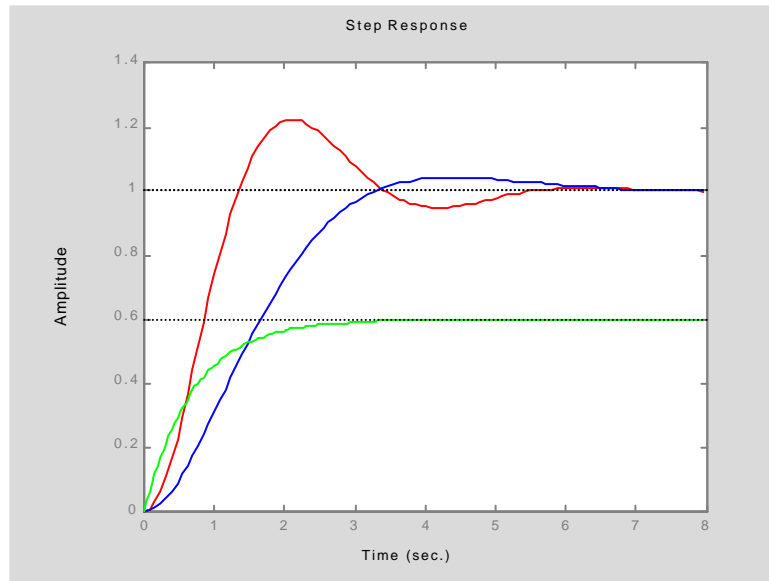


**Figure II-15 : schéma bloc avec correcteur I**

$E(p)$  est un échelon unitaire,

$Hu(p)$  est la réponse du système en boucle fermée à retour unitaire.

$$Hu(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{BK} + \frac{\tau p^2}{BK}} = \frac{1}{1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$



**Figure II-16 : réponses superposées en Boucle Ouverte et en Boucle Fermée.**

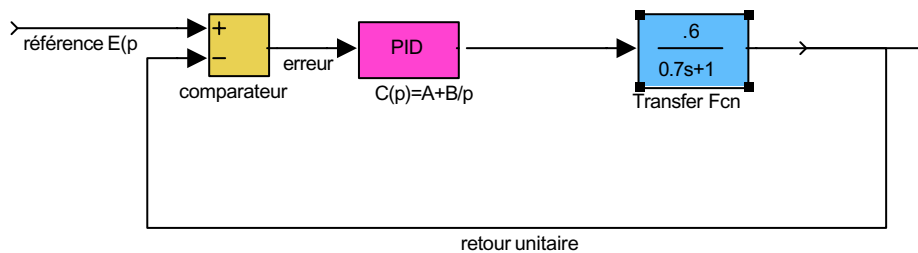
En pratique, on choisit : un coefficient d'amortissement entre  $z=0.43$  et  $z=0.707$  (ceci correspond au meilleur compromis rapidité/oscillations)

Nous voyons que le système est plus lent, mais que la précision s'est améliorée puisque l'erreur statique est nulle.

Le correcteur intégral est donc précis mais ralentit le système. Nous allons donc essayer une combinaison des deux précédents correcteurs.

### II.5.4. Correction Proportionnelle-Intégrale $C(p) = A+B/p$

Modèle A3



**Figure II-17 : schéma bloc avec correcteur PI**

$E(p)$  est un échelon unitaire,

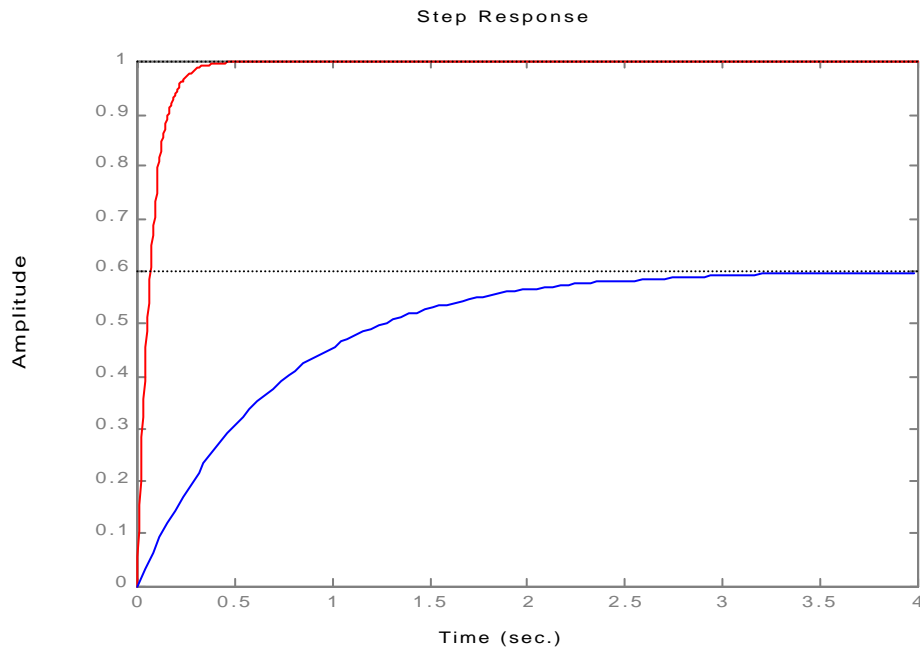
$$C(p) = \frac{B}{p} \left( 1 + \frac{A}{B} p \right)$$

On pose  $A/B = \tau$  de manière à éliminer la plus grande des constantes de temps (ici  $\tau$ )

$$Hu(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{BK}}$$

$Hu(p)$  est la réponse du système en boucle fermée à retour unitaire.





**Figure II-18 : réponses superposées en Boucle Ouverte et en Boucle Fermée.**

Nous voyons que le système est plus rapide que dans le cas **A2**. L'erreur statique est nulle.

Le correcteur Proportionnel-intégral est donc précis et rapide. Nous chercherons toujours à nous ramener à un modèle en Boucle Fermé de ce type. **A3**

### II.5.5. modèle du deuxième ordre de la forme

$$T(p) = \frac{K}{p(1 + \tau p)} \mathbf{K}$$

Ce modèle correspond en général aux asservissements de position. Dans la boucle ouverte, il y a un intégrateur qui représente, par exemple, le passage d'une vitesse à une position.

correction Proportionnelle  $C(p) = A$

Dans ce cas nous nous ramenons au cas **A2** en remplaçant B par A.

correction proportionnelle et Dérivée  $C(p) = A + C.p = A(1 + C/A.p)$

Dans ce cas, nous allons calculer le correcteur de manière à annuler la constante de temps  $\tau$

Nous prenons donc  $C/A = \tau$ .



Nous aboutissons ainsi à la forme du cas **A3**.

### II.5.6. modèle du deuxième ordre de la forme

$$T(p) = \frac{K}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

**Remarque:** Pour un système du premier ordre avec un retard pur, de la forme

$$T(p) = \frac{K e^{-Tp}}{1 + \tau p}$$

nous prendrons le même modèle en posant  $T = \tau_1$  et  $\tau = \tau_2$

correction Proportionnelle  $C(p) = A$

Dans ce cas nous nous ramenons au cas **A2** avec  $K' = A.K/(1+AK)$  Ce système est lent et peu précis.

correction Proportionnelle-Intégrale  $C(p) = A + B/p = B/p(1+A/B)$

Pour cette forme, nous annulons la plus grande des constantes de temps en prenant  $A/B = \tau_1 > \tau_2$ .

$$\text{Donc } Hu(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{BK} + \frac{\tau p^2}{BK}} = \frac{1}{1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}} \text{ ce qui nous ramène au cas } \mathbf{A2}.$$

correction Proportionnelle Intégrale-Dérivée  $C(p) = A + B/i + C.p$

$C(p)$  peut se mettre sous deux formes différentes :

$$C(p) = B/p (1 + 2.z.p/\omega_n + p^2/\omega_n^2) \text{ 1ère forme}$$

$$C(p) = B/p (1 + \tau_1.p)(1 + \tau_2.p) \text{ 2ème forme}$$

Pour corriger notre modèle, nous prendrons la 2ème forme avec comme critères de réglages :

$$\tau_i = \tau_1 \text{ et } \tau_d = \tau_2$$

Le calcul du correcteur se ramène ainsi au cas **A3**.



### II.5.7. modèle du deuxième ordre de la forme

$$T(p) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

Nous choisissons un correcteur pris sous la première forme pour nous ramener encore au cas **A3**.

### II.5.8. Conclusion sur l'emploi des régulateurs

- l'erreur statique est nulle Si la fonction de transfert en Boucle Ouverte présente une intégration :
- Si le mode le T(P) présente une intégration ou ne doit pas faire d'action intégrale =>(P ou PD),
- une action Intégrale améliore  $\epsilon_0$  ( $\epsilon_0=0$ ) Si le régulateur est un régulateur I(et non PI), le système est ralenti,
- une action dérivée améliore la rapidité. Pratiquement, nous utiliserons une action dérivée uniquement lorsque nous y serons obligés car cela provoque du bruit,
- en général, avec un régulateur P, la précision est de l'ordre de 10%,
- tous les systèmes précédents sont théoriquement stables. Néanmoins, une trop grande valeur de gain peut les rendre instables. C'est pourquoi, en pratique, nous limitons le temps de réponse.

## II.6 Vérifications

Une fois les paramètres du correcteur définis et mis en place sur le système, il est nécessaire de vérifier que le comportement en Boucle Fermée est celui attendu.

Pour cela, nous distinguons deux cas :

- le système fonctionne en régulation (entrée de consigne fixe),
- le système fonctionne en asservissement (suivi de consignes).

### II.6.1. Régulation

Il s'agit d'imposer une consigne qui corresponde au cahier des charges et en agissant sur les perturbations, de vérifier que le système a les performances attendues indépendamment des perturbations. Eventuellement, nous pouvons modifier les paramètres du correcteur pour ajuster les performances.



## **II.6.2. Asservissement**

Il faut effectuer des cycles de consignes correspondant en fonctionnement normal pour plusieurs valeurs de perturbations et vérifier que la sortie suit l'entrée dans ces conditions. Il est éventuellement possible d'ajuster les paramètres.